

Table ronde : « Vers le prochain centenaire » vendredi 22 octobre 2010

Modérateur : Éric Barbazo, président de l'APMEP.

Intervenants : Michèle Artigue (Professeure émérite université Paris 7), Jean-Pierre Demailly (professeur à l'université de Grenoble, membre de l'Académie des sciences), Daniel Perrin (professeur à l'université Paris-Sud et à l'IUFM de Versailles), Pascale Pombourcq (professeure en lycée, présidente de l'APMEP de 2006 à 2009), Saliou Touré (président de l'université internationale de Grand-Bassam en Côte d'Ivoire, Président de l'Union mathématique africaine).

La table ronde intitulée *Vers le prochain centenaire* a eu pour but de poser les grandes questions qui traversent les mathématiques et leur enseignement en ce début du vingt-et-unième siècle. Ces questions ont été posées à différentes personnalités, d'horizons divers et représentatifs du milieu enseignant. Elle a fait suite à la conférence d'Étienne Ghys, au titre qui en dit déjà très long sur les questionnements qui se posent de manière cruciale à la communauté enseignante : *Analyse, géométrie ou probabilité ?*

Depuis le début du vingtième siècle, deux rôles semblent être attribués aux mathématiques comme discipline d'enseignement : celui d'une part de la formation de l'esprit, par la rigueur qu'elles imposent, de l'apprentissage de la démonstration et du développement du raisonnement. Celui d'autre part de l'indispensable utilité qu'elles fournissent, par les outils qu'elles construisent au service de nombreuses sciences expérimentales, humaines ou linguistiques.

La problématique principale avait donc pour but de questionner ces rôles. En particulier, peut-on se demander *si l'enseignement des mathématiques des années à venir doit-il profondément changer, dans sa nature, dans ses rôles, dans ses contenus ?*

Bien entendu, il n'était pas question de solliciter nos intervenants sur une quelconque prévision de ce qui sera enseigné dans les années à venir. Il s'agissait de passer en revue plusieurs sujets qui sont actuellement abordés dans les débats de l'APMEP tels que le devenir de la géométrie, l'arrivée des probabilités ou l'introduction de l'algorithmique et plus généralement de l'informatique. Il n'était pas non plus envisageable de leur demander de se saisir de toutes les questions pour y répondre. Chacun a cependant bâti son intervention en rapport avec le questionnement proposé reproduit ci-après :

1. L'essor de l'informatique, du numérique, des outils de communication soulève des questions à la fois de contenus, de pratiques pédagogiques et du rôle octroyé aux mathématiques dans la formation des élèves et des étudiants. Quelle place pour l'informatique ? Depuis le primaire jusqu'à l'université. L'informatique, l'algorithmique entrent en force, comme outils mais aussi comme formation de

l'esprit à un style de raisonnement absent jusqu'à maintenant de l'enseignement des mathématiques jusqu'au bac.

2. Depuis quelques mois, la question de la place de la géométrie est posée. Est-elle encore « utile » ? Est-elle dépassée ? Est-elle indispensable dans son rôle de formation, de connaissances historiques ?

3. Les probabilités prennent une place très importante dans l'éducation. Certains pays introduisent les probabilités depuis un très jeune âge. Les éléments de probabilités sont abordés par des conjectures informatiques, des illustrations souvent non légitimées. Est-ce acceptable d'assoir une formation initiale (jusqu'au bac) sur des concepts difficiles et dont la légitimation théorique ne sera souvent pas réalisée ou plus tard ? Cela pose la question de la démonstration, de la conjecture, de la rigueur en enseignement secondaire.

4. Certains concepts mathématiques sont-ils dépassés, inutiles, pour l'enseignement ? Il ne faut pas opposer géométrie et probabilités mais tout peut-il être enseigné dans le temps imparti ? Par exemple, les nombres complexes sont-ils encore « utiles » aux mathématiques ? La communauté mathématique est-elle en mesure d'indiquer précisément ce qu'il faut enseigner à chaque niveau ? Doit-elle le faire ?

5. Comment penser un enseignement des mathématiques : peut-on enseigner « *n'importe quoi mais bien* » ou certains contenus sont-ils incontournables, indispensables ?

6. Quels sont les enjeux de l'enseignement mathématique supérieur ? À l'université, en école d'ingénieur, en classes préparatoires. Les multiples branches des mathématiques sont-elles indépendantes ?

7. L'évolution des comportements des élèves, face à l'apprentissage en général et aux mathématiques en particulier, (enseignement difficile, rigoureux) doit-il être pris en compte dans les manières d'enseigner ?

Il s'agit à présent de donner un aperçu des contributions de chaque intervenant de la table ronde, élaboré à l'aide des documents écrits qu'ils ont eu l'amabilité d'envoyer. Les citations sont celles des auteurs et l'ambition de cet article est de saisir les principales idées présentées le jour de la table ronde. Le lecteur intéressé pourra entendre ou réentendre les intervenants car la table ronde, comme tout le colloque centenaire, a été enregistrée et se trouve disponible sur notre site.

Michèle Artigue est bien connue de nos adhérents et de la communauté mathématique toute entière. Elle a une réflexion riche sur l'enseignement des mathématiques, bâtie sur un parcours de mathématicienne et de didacticienne reconnue. Aux rôles des mathématiques défini plus haut, Michèle Artigue en ajoute d'autres :

À côté de la formation de l'esprit, via l'alliance particulière entre rigueur, créativité et esthétique qu'une éducation mathématique de qualité peut offrir, il y a aussi la transmission d'un héritage culturel, et à côté des mathématiques outils pour les autres sciences, il y a les mathématiques plus largement au service de l'action quotidienne, de l'engagement social, ... , ce qui requiert de plus en plus de connaissances.

Michèle Artigue voit dans notre enseignement français, une image contrastée : un enseignement qui est capable de former d'excellents mathématiciens ; mais un enseignement qui laisse aussi beaucoup d'élèves sur le bord de la route. Pour la didacticienne, le travail qui reste à faire est immense :

Des changements de contenus peuvent-ils y aider ? Très certainement et il est de toutes façons important que les mathématiques enseignées ne se coupent pas des évolutions profondes qui traversent aujourd'hui les mathématiques et en font une science si vivante, si productive et complètement en prise sur la société. En ce sens, oui aux probabilités et statistiques, oui à ce que les américains appellent la pensée computationnelle, mais oui aussi à des formes de travail, à des rapports avec les élèves et avec le monde extérieur à l'école qui aident les mathématiques à être plus qu'une discipline scolaire, et à rendre l'école plus solidaire, plus équitable.

Si les enjeux sont grands, les atouts ne manquent pas. Michèle Artigue appelle notamment l'APMEP à relever le défi d'un enseignement primaire et secondaire qui arrive à concilier une réelle ambition, scientifique, mais aussi de culture mathématique réaliste, afin de susciter des vocations pour renouveler nos futurs mathématiciens.

Jean-Pierre Demailly est également bien connu des enseignants et mathématiciens qui s'intéressent à l'évolution de l'enseignement des mathématiques en France. Il dresse avec d'autres, et ce depuis de nombreuses années, un constat sévère de l'état dans lequel il considère que se trouve l'enseignement français, depuis l'école primaire jusqu'au lycée :

*Le système éducatif de notre pays est en décadence :
évolution des programmes : comparaison dans le temps et dans l'espace (avec quelques pays comme Chine / Inde / Pologne) ;
piètres résultats aux évaluations internationales ;
aveux récents (et tardifs) de la DEPP sur la baisse des compétences en calcul des élèves de l'école primaire ;
les horaires de science sont devenus très insuffisants au lycée, avec une différenciation des filières inadaptées – cf. rapport du Comité sur l'enseignement des sciences du juillet 2008 ;
la formation initiale des professeurs est sinistrée, la formation continue quasi-inexistante (apport à venir de l'Académie des Sciences).*

Jean-Pierre Demailly considère dans le même temps que la recherche mathématique française se porte très bien, héritière d'une longue tradition d'excellence. Ainsi, cette excellence n'apparaît pas (ou plus) dans l'enseignement général des sciences, en état de réforme permanente comme il le déplore. Pour Jean-Pierre Demailly, les fondamentaux n'ont guère changé et il préconise une « résistance contre la décadence ». Il appelle notamment les associations de spécialistes à se mobiliser pour une plus grande information des parents sur le sinistre éducatif, pour revendiquer une refondation en profondeur des programmes de tous les niveaux et

une réévaluation des horaires de sciences. En définitive, il appelle à atteindre un niveau d'ambition plus élevé.

Daniel Perrin possède la double compétence d'être à la fois mathématicien professionnel et formateur à l'IUFM. Ses travaux et réflexions sur l'enseignement possèdent une grande notoriété auprès des adhérents de l'APMEP ou des animateurs des IREM. Dans le diaporama qu'il présente aux spectateurs, il montre grâce à une approche historique que les mathématiques ont toujours présenté une alternance de phase de développements et de consolidations.

Avant Euclide, une phase, mal connue, de développement dans un grand nombre de directions : nombre, géométrie, mesure, avec des résultats qui foisonnent (par exemple Thalès, Pythagore, ou la résolution de l'équation du second degré des Babyloniens, etc.).

Avec Euclide, une mise en ordre admirable, avec une précision digne des canons actuels. Mais une grande part des Éléments est inaccessible au public, même instruit (par exemple, la théorie des proportions, la méthode d'exhaustion).

Daniel Perrin cite ensuite les deux événements majeurs qui ont permis aux élèves des écoles, des collèges et des lycées de disposer d'outils puissants. L'invention des décimaux par Stevin en 1585 permet des moyens de calcul que n'avaient ni les Grecs ni leurs successeurs et permet de se passer de la théorie des proportions. L'invention du calcul infinitésimal par Newton et Leibnitz vers 1650 met à la portée d'un lycéen actuel des résultats comme la quadrature de la parabole ou le calcul du volume de la pyramide, deux sommets des mathématiques de l'antiquité, renforcé et consacré par Euler au 18^e siècle dans des progrès considérables. Daniel Perrin nous montre que c'est Galois qui perçoit que cette explosion va s'essouffler. Il le cite longuement quand ce dernier écrit que « *Depuis Euler les calculs sont devenus de plus en plus nécessaires, mais de plus en plus difficiles [...]. Or je crois que les simplifications produites par l'élégance des calculs, (simplifications intellectuelles, s'entend ; de matérielles il n'y en a pas) ont leurs limites [...]. Sauter à pieds joints sur ces calculs, grouper les opérations, les classer suivant leurs difficultés et non suivant leurs formes; telle est, suivant moi, la mission des géomètres futurs* ». Tout est donc dit dans ces phrases de Galois qui trouveront leur apogée dans la formalisation de Bourbaki dans les années 1930.

Dans la suite de son exposé, Daniel Perrin indique clairement que l'informatique constitue une vraie révolution :

L'apparition des calculatrices et des ordinateurs donne des moyens de calcul extraordinaires qui permettent parfois de faire en quelques secondes ce que les anciens faisaient durant des mois.

Mais il ne pense pas que cette révolution nuise aux mathématiques qui ont encore de beaux jours devant elles. En effet, les ordinateurs ont des limites et l'informatique interroge les mathématiques plus qu'elles ne les remplacent, notamment par l'algorithmique. Ainsi, l'ordinateur nous donne un moyen extraordinaire

d'expérimentation des problèmes. Mais il reste toutefois à comprendre ces problèmes et les mathématiques sont indispensables à cela.

Enfin, défenseur acharné de la géométrie et de son enseignement, Daniel Perrin termine en rappelant les deux piliers des mathématiques selon lui, plaçant ainsi la question au cœur des débats actuels de l'enseignement :

Depuis toujours, l'édifice des mathématiques repose sur deux piliers : le nombre et la forme, le calcul et la géométrie, qu'il faut consolider sous peine de voir l'ouvrage s'effondrer. À l'heure actuelle cela signifie défendre bec et ongles la géométrie, car la tendance actuelle est au tout numérique.

Saliou Tourré nous a fait l'honneur de venir de Côte d'Ivoire pour représenter l'Union mathématique africaine. Compte-tenu des relations historiques que la France et l'Afrique ont entretenues tout au long du 20^e siècle, il était primordial qu'un représentant des enseignants et chercheurs d'Afrique puisse s'exprimer au cours du centenaire de l'APMEP.

Pour Saliou Tourré, l'Afrique doit relever le défi de la formation :

C'est pourquoi, les pays d'Afrique doivent procéder à la formation des utilisateurs qui doivent modéliser et structurer les problèmes sociaux, économiques et industriels complexes, mais ces pays doivent aussi former des mathématiciens compétents capables de contribuer au progrès des mathématiques et capables de transmettre avec rigueur et efficacité les outils mathématiques indispensables aux utilisateurs.

Pour l'ancien ministre de l'enseignement supérieur de Côte d'Ivoire, la promotion de l'enseignement des mathématiques possède donc une valeur sociale et industrielle indispensable au développement des pays africains, mais doit également permettre à l'Afrique de rendre ses chercheurs capables de contribuer au développement de la recherche au plus haut niveau. Il constate toutefois une insuffisance très préoccupante du nombre de professeurs qualifiés au niveau secondaire ou supérieurs. Le projet intitulé Harmonisation des programmes de mathématiques (H.P.M.), élaboré au cours des années 1980, a eu des objectifs précis de formation. Il a notamment permis la création de la Collection Inter-africaine de mathématiques (CIAM) qui a édité en particulier des manuels, des guides pédagogiques largement diffusés dans les pays d'Afrique francophone.

Saliou Touré souligne que ce projet constitue un bel exemple de coopération franco-africaine. Il propose notamment à l'APMEP d'être partenaire des différentes autorités africaines pour participer à un programme de coopération renforcé, avec pour objectif majeur l'amélioration de la qualité d'enseignement des mathématiques dans tous les pays francophones. Donner un cadre nouveau à l'Espace mathématique francophone, augmenter la participation des élèves africains aux Olympiades, au Kangourou des mathématiques seraient également des pistes de développement susceptibles de contribuer à l'échange entre nos systèmes d'enseignement.

L'APMEP doit entendre cet appel et ne manquera pas d'y répondre favorablement.

Pascale Pombourcq a assuré la présidence de l'APMEP entre 2006 et 2009. Il était donc naturel qu'elle apporte l'éclairage de la dirigeante qui a dû prendre en charge les prémices de la réforme du lycée lancée par le Ministre Xavier Darcos :

Nous ne pouvons dissocier la réflexion sur l'enseignement des mathématiques de la structure dans laquelle il prend place. Je reviens sur la réforme des lycées. Lors des toutes premières discussions avec Xavier Darcos s'opposaient deux projets : d'une part une spécialisation de la classe de seconde avec un cycle terminal plus coloré, d'autre part une spécialisation retardée au niveau de la première année du supérieur. Ces deux visions du lycée se sont opposées aussi au sein de l'APMEP, presque tout au long de son histoire. Luc Chatel a fait le choix d'une solution intermédiaire, celle de la spécialisation en classe de terminale. Elle va mettre les enseignants de terminale S en particulier, dans une situation très difficile : essayer de faire saisir à des élèves possédant une culture mathématique réduite ce que c'est que faire des mathématiques, afin qu'ils puissent décider en toute connaissance de cause s'ils souhaitent continuer ou non vers les sciences.

Pascale Pombourcq montre bien les difficultés des enseignants de mathématiques à identifier une structure complètement satisfaisante pour permettre à l'enseignement des mathématiques d'être optimum. Toutefois, elle souligne les incohérences d'une réforme qui va entraver la progression du savoir et réduire le niveau scientifique global, avant une trop rapide spécialisation en dernière année du lycée.

Quant aux contenus enseignés, bien qu'ils ne doivent pas être dissociés de la structure, ils ne peuvent évidemment pas avoir les mêmes objectifs dans un horaire réduit ou non. Pascale Pombourcq rappelle la diminution constante des horaires sur les quarante dernières années qui témoignent d'un fossé qui se creuse entre les autorités et les propositions et revendications de l'APMEP. Elle souligne l'importance, dans le passé, de l'exemple de la COPREM (Commission permanente de réflexion sur l'enseignement des mathématiques) qui est créée en 1976 et dissoute en 1986. L'APMEP n'a de cesse de demander une commission permanente de réflexion sur les contenus, les structures impliquant l'ensemble des acteurs éducatifs. Elle témoigne du travail très important qui a existé et continue de produire des propositions, des textes et des idées nouvelles, dans son Bulletin notamment, mais aussi dans l'ensemble de ses publications.

Toutes ces interventions passionnantes ont permis un dialogue nourri avec les quelques 350 personnes présentes dans l'amphithéâtre Marguerite de Navarre. L'étendue des questions est évidemment infinie. Mais l'important est que l'APMEP permette aux membres de la communauté mathématique de se rencontrer et de débattre de tels sujets. Le pari a été réussi et nous permettra de développer notre réflexion et nos propositions dans toutes nos commissions et comités.

Éric BARBAZO